



מבוא לאלגוריתמים סמסטר א' תשס"א - בחינת סיכום מועד א'

22/02/01

- בבחינה 4 שאלות.
- משך הבחינה 3 שעות.
- יש לפתור את כל השאלות.
- כל חומר עזר מותר
- אין להשתמש במחשבון
- בטרם תיגשו לפתרון ודאו כי הטופס מכיל 6 עמודים (כולל עמוד זה) וארבע שאלות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במידת הצורך אפשר להוסיף דפים נוספים.
- בבחינה 3 שאלות "אמריקאיות". בכל שאלה אמריקאית יתכנו כמה (יותר מ1) תשובות נכונות.
- מספר מחברת המבחן שלך הוא: _____ .

בהצלחה!!!

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

שאלה מס' 1 (25 נקודות)

מחפשים אלגוריתם יעיל ככל האפשר לפתרון הבעיה הבאה :

קלט: מערך של 0-ים ו 1-ים באורך n .

פלט: תת סדרה באורך מירבי מן הצורה 00001111

דוגמא:

עבור הקלט 001001001111 הפלט הוא 0000001111.

רמז: נסו לחשב קודם את אורך תת הסדרה המכסימלית ואחר כך לבנות את הסדרה עצמה.

1.1 תארו את האלגוריתם בעזרת תיאור מילולי או בעזרת קוד דמה או בשני האופנים.

שימו לב: הציון בשאלה זו תלוי בסיבוכיות האלגוריתם.

1.2 נמקו את נכונות האלגוריתם.

1.3 מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו תשובתכם.

1.4 האם יתכן אלגוריתם יעיל יותר? (נמקו תשובתכם).

שאלה מס' 2 (25 נקודות)

לאחרונה, נמסר במדור המדעי של "ידיעות הערב" (עיתון ערב מפוקפק שאין לסמוך על אמינותו) כי התגלה עץ השוואה למיון n איברים (כמו זה שהגדרנו בהוכחת החסם התחתון למיון) שגבהו הוא $n \log \log n$. יש לקבוע איזו טענה מן הטענות הבאות נכונה:

- א. אם התגלית נכונה, אזי בטוח שלא קיים אלגוריתם מיון מבוסס השוואות שהסיבוכיות שלו היא נמוכה יותר מ $\Theta(n \log \log n)$.
- ב. אם התגלית נכונה, אזי הסיבוכיות של מיון מיזוג תרד ל $\Theta(n \log \log n)$.
- ג. לתגלית אין שום השפעה על החסם התחתון של $\Omega(n \log n)$ עבור מיון מבוסס השוואות של n איברים.
- ד. אם התגלית נכונה, אזי קיים אלגוריתם מיון מבוסס השוואות שהסיבוכיות שלו היא $O(n \log \log n)$.
- ה. לא יתכן שהתגלית נכונה כי הוכחנו שלא קיים עץ השוואה למיון n איברים שגבהו פחות מ $n \log n$.

סמנו את התשובות הנכונות ב V ואת התשובות הלא נכונות ב X, בטבלה הבאה:

ה	ד	ג	ב	א	התשובה
					סמנו אם נכון

שאלה מס' 3 (25 נקודות)

כדי לפתור את בעיית הרכב הקבוצה בביתר ירושלים מפרקים כל בעיה בגודל n ל-8 תת בעיות שגודלן הוא

$\left\lceil \frac{n}{5} \right\rceil$. בנוסף לכך, יש להשקיע $2n^2$ יחידות זמן כדי לקבל פתרון לבעיה המקורית.

יהי $S(n)$ הזמן הנדרש לפתרון בעיה בגודל n . ידוע גם כי $S(1) = 4$.

3.1 עליכם לחשב את $S(37)$.

$S(37) = \underline{\hspace{2cm}}$

3.2 הפונקציה $S(n)$ מקיימת:

א. $S(n) = O(n^{3.823})$

ב. $S(n) = \Theta(n^{3.772})$

ג. $S(n) = \Omega(n^2 \log n)$

סמנו את התשובות הנכונות ב V ואת התשובות הלא נכונות ב X בטבלה הבאה:

התשובה	א	ב	ג
סמנו אם נכון			

שאלה מספר 4 (25 נקודות)

נתון כי הקלט לאלגוריתם מיון מקיים את האיפיונים הבאים.

1. הקלט הוא מערך של מספרים טבעיים.
2. בהסתברות $1/4$, הקלט ממוין בסדר עולה.
3. בהסתברות $1/4$, הקלט ממוין בסדר יורד.
4. שאר הקלטים נלקחים בהסתברות שווה מקבוצת כל הקלטים האפשריים.

בדיון בקבוצה בחברת "Fast Algorithms" הוצע להשתמש במיון מהיר עם בחירת ציר שנלמדה בכתה והובעו הדעות הבאות:

- א. מציעים לבדוק אם המערך ממוין בסדר עולה או בסדר יורד ורק אם התשובה שלילית, להפעיל מיון מהיר. במקרה זה, סיבוכיות המקרה הגרוע ביותר תהיה שווה ל- $\Theta(n \log n)$.
- ב. מציעים לבדוק אם המערך ממוין בסדר עולה או בסדר יורד ורק אם התשובה שלילית, להפעיל מיון מהיר. במקרה זה, הסיבוכיות בממוצעת תהיה שווה ל- $\Theta(n \log n)$.
- ג. מספיק לבדוק האם הקלט ממוין בסדר עולה, אם לא אפשר להפעיל אלגוריתם למיון מהיר והסיבוכיות הממוצעת תהיה $\Theta(n \log n)$.
- ד. אם נשתמש במיון מהיר, הסיבוכיות הממוצעת היא $\Theta(n \log n)$.

סמנו את התשובות הנכונות ב V ואת התשובות הלא נכונות ב X בטבלה הבאה:

התשובה	א	ב	ג	ד
סמנו אם נכון				